

Dạng 1: Chứng minh các đẳng thức vectơ

Bài tập 1: Cho hình bình hành ABCD, điểm M tùy ý. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$$

Bài tập 2 : Chứng minh rằng, với tứ giác ABCD bất kì, ta có :

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

b. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$

Bài tập 3 : Cho $\triangle ABC$. Bên ngoài tam giác, vẽ các hình bình hành : ABIJ, BCPQ, CARS. Chứng minh rằng : $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$

Bài tập 4 : Cho hình bình hành ABCD, tâm O . Chứng minh rằng :

a. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ b. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$

c. $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$ d. $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

Bài tập 5 : Cho hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$$

Bài tập 6 : Cho $\triangle ABC$, trung tuyến AM và D là trung điểm của AM. Chứng minh rằng:

a. $2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

b. $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OD}$ với O tùy ý.

Bài tập 7: Cho tứ giác ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh rằng: $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$

Bài tập 7: Cho lục giác đều ABCDEF, các điểm M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DE, EF. Chứng minh rằng: $\triangle MPR$ và $\triangle NQS$ có cùng trọng tâm.

Bài tập 8: Cho ΔABC đều, trọng tâm O, điểm M tùy ý trong tam giác. D, E, F lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M xuống BC, AC, AB. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{MO}$$

Bài tập 9: Cho 6 điểm M, N, P, Q, R, S bất kì. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NQ} + \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{RQ}$$

Bài tập 10: Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của $\Delta ABC, \Delta A_1B_1C_1$. Chứng minh rằng:

$$3\overrightarrow{GG_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1}$$

Bài tập 11: Cho bốn điểm A, B, C, D. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD.

Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{MN}$

Bài tập 12: Cho bốn điểm A, B, C, D. Gọi I, F lần lượt là trung điểm của BC, CD.

Chứng minh rằng: $2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{DA}) = 3\overrightarrow{DB}$

Bài tập 13: Gọi O, H, G lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, trực tâm, trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng:

a. $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$

b. $\overrightarrow{HG} = 2\overrightarrow{GO}$

Dạng 2: Xác định điểm thỏa mãn một đẳng thức vector

Bài tập 1: Cho hai điểm phân biệt A và B. Tìm K sao cho $3\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$

Bài tập 2: Cho ΔABC . Tìm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Hướng dẫn: Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, IC. Dùng tính chất trung điểm.

Bài tập 3: Cho ΔABC đều, nội tiếp đường tròn tâm O. Hãy xác định các điểm M, N, P sao cho:

a. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

b. $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

c. $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA}$

Bài tập 4: Cho hai điểm A và B. Xác định điểm M biết: $2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

Bài tập 5: Cho hai điểm A, B và một vector \vec{v} . Xác định điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{v}$

Ths. Phạm Quang Thịnh

Bài tập 6: Cho ΔABC

- Xác định điểm I sao cho: $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$
- Xác định điểm K sao cho: $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{CB}$

Bài tập 7: Cho hình bình hành ABCD. Xác định điểm M thỏa mãn:

$$3\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$$

Dạng 3: Phân tích một vector theo các vector cho trước

Bài tập 1: Cho ΔABC , AM và BK là các trung tuyến. Hãy phân tích các vector: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$ theo hai vector $\vec{u} = \overrightarrow{AK}, \vec{v} = \overrightarrow{BM}$

Bài tập 2: Cho ΔABC , trên đường chứa cạnh BC của tam giác, lấy M sao cho: $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Hãy phân tích \overrightarrow{AM} theo hai vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB}, \vec{v} = \overrightarrow{AC}$

Bài tập 3: Cho ΔOAB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và OB. Tìm m và n để:

- $\overrightarrow{OM} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$
- $\overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$
- $\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$
- $\overrightarrow{MB} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$

Dạng 4: Tính độ dài vector

Bài tập 1: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Tính độ dài các vector:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

Bài tập 2: Cho 3 lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}, \vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật đứng im tại M. Biết rằng: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 100\text{N}$. Tìm hướng và độ lớn của vector \vec{F}_3 .

Bài tập 3: Cho tam giác vuông ABC, vuông tại B. Biết $AB=6, BC=10$. Tính $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$

Bài tập 4: Cho hình vuông ABCD, tâm O, cạnh a. Xác định các vector sau và tính độ dài của chúng:

- $\vec{u} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$
- $\vec{v} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$
- $\vec{w} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$

Bài tập 5: Cho tam giác ABC đều, cạnh 2a. Tính độ dài các vector sau:

$$\vec{u} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}, \vec{v} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$$

Ths. Phạm Quang Thịnh

Bài tập 6: Cho hình thoi ABCD, tâm O, cạnh a, $\angle BAD = 60^\circ$. Tính:

$$|\overline{AB} + \overline{AD}|, |\overline{BA} - \overline{BC}|, |\overline{OB} - \overline{DC}|$$

Bài tập 7: Cho hình vuông ABCD, cạnh a. Tính: $|\overline{AC} - \overline{BD}|$ và $|\overline{AB} - \overline{BC} - \overline{CD} - \overline{DA}|$

Dạng 5: Chứng minh ba điểm thẳng hàng

Bài tập 1: Cho tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của BC, D và E là hai điểm sao cho: $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$.

- Chứng minh: $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD} + \overline{AE}$
- Tính véc tơ: $\overline{AS} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{AE}$ theo \overline{AI}
- Suy ra ba điểm A, I, S thẳng hàng.

Bài tập 2: Cho tam giác ABC. Đặt $\overline{AB} = \vec{u}, \overline{AC} = \vec{v}$

- Gọi P là điểm đối xứng của B qua C. Tính \overline{AP} theo \vec{u}, \vec{v}
- Gọi Q và R là hai điểm sao cho: $\overline{AQ} = \frac{1}{2}\overline{AC}, \overline{AR} = \frac{1}{3}\overline{AB}$. Tính $\overline{RP}, \overline{RQ}$ theo \vec{u}, \vec{v}
- Suy ra P, Q, R thẳng hàng.

Bài tập 3: Cho tam giác ABC, trọng tâm G. Lấy I, J sao cho

$$2\overline{IA} + 3\overline{IC} = \vec{0}, 2\overline{JA} + 5\overline{JB} + 3\overline{JC} = \vec{0}.$$

- Chứng minh rằng: M, N, J thẳng hàng, với M, N là trung điểm của AB và BC
- Chứng minh rằng: J là trung điểm của BI.

Dạng 6: Chứng minh hai điểm trùng nhau:

Bài tập 1: Cho tam giác ABC. Lấy các điểm A_1, B_1, C_1 lần lượt thuộc BC, AC, AB sao cho: $\overline{AA_1} + \overline{BB_1} + \overline{CC_1} = \vec{0}$. Chứng minh rằng: Các tam giác ABC và $A_1B_1C_1$ có cùng trọng tâm.

Bài tập 2: Cho tứ giác lồi ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh rằng hai tam giác ANP và CMQ có cùng trọng tâm.

Dạng 7: Một số bài toán khác:

Bài tập 1: Cho $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$. Khi nào thì có các đẳng thức sau:

- $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$
- $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$

Bài tập 2: Cho $|\vec{a} + \vec{b}| = 0$. So sánh độ dài, phương, hướng của hai véc tơ \vec{a}, \vec{b}

BÀI TẬP CHƯƠNG I – HÌNH HỌC 10

Bài tập 3: Chứng minh rằng: $\overline{AB} = \overline{CD}$ nếu và chỉ nếu trung điểm của hai đoạn thẳng AD và BC trùng nhau

Bài tập 4: Tứ giác ABCD là hình gì nếu $\begin{cases} \overline{AB} = \overline{DC} \\ |\overline{AB}| = |\overline{BC}| \end{cases}$

Bài tập 5: Chứng minh rằng: $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

Hướng dẫn: Chia làm hai trường hợp: \vec{a}, \vec{b} cùng phương và không cùng phương.